Toets Discrete Structuren

vrijdag 17 december 2004, 9 - 11 uur

Elke opgave levert maximaal 10 punten op. Het cijfer is gelijk aan (p/10) + 1, afgerond op gehele en halve waarden, waarbij p het totaal aantal behaalde punten is. Een 5 of hoger levert vrijstelling bij het tentamen van 8 februari 2005 voor de stof van de eerste 4 hoofdstukken. Bij vrijstelling telt het toetsresultaat voor de helft mee bij de berekening van het eindcijfer.

Nota Bene: beargumenteer je antwoorden.

1. Bewijs **mbv. een lineair geannoteerd bewijs** dat de formule

   $$(\neg p \to r) \leftrightarrow ((r \to q) \to (p \vee r))$$

   een tautologie is.

2. X, Y en Z zijn verzamelingen. Laat dmv. een tegenvoorbeeld zien dat

   $$X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$$

   niet algemeen geldt.

3. Bewijs: $\sqrt{3}$ is irrationaal.

4. De relatie $\sim$ op N is gedefinieerd door: $m \sim n$ dan en slechts dan als $5|(m-n)$ (dwz. 5 is een deler van $m-n$). Bewijs dat $\sim$ een equivalentie-relatie is. Hoe zien de equivalentieklassen van $\sim$ eruit?

5. Bewijs met volledige inductie over N:

   $$\sum_{i=0}^{n} i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

6. Definieer: p is een invariant van `while g do S`.

7. m, n, q, r zijn gehele getallen. Laat zien dat $m = q \cdot n + r \ \wedge \ r \geq 0$ een invariant is van

   ```
   while  r >= n  do
      q := q + 1
      r := r - n
   ```

8. Geef een expliciete formule voor s_n, gegeven door

   $s_0 = 1$
   $s_1 = 1$
   $s_n = 2s_{n-1} + 2s_{n-2}$ voor $n \geq 2$

9. Geef van elk van de volgende uitspraken aan of ze waar zijn of niet.

   n^2 is $O(n^3)$ $\quad$ n^2 is $\Theta(n^3)$ $\quad$ 2^n is $O(3^n)$ $\quad$ 2^n is $\Theta(3^n)$